

COMENTARIO DE ROLF R. MANTEL AL TRABAJO DE JORGE A. BALDRICH Y JUAN M. C. E. VERSTRAETE

Es un placer tener la oportunidad de comentar un trabajo que ataca un tema tan importante como el de la inversión.

Los autores se proponen presentar un modelo para la función de inversión donde se puedan visualizar los canales a través de los que las políticas cambiaria y comercial junto a las demás variables tradicionales afectan a la demanda del stock de capital y el flujo de inversión.

El trabajo se encuentra subdividido en cuatro secciones, que se refieren al modelo, método de estimación, conclusiones, y apéndice, respectivamente. Este comentario seguirá la misma estructura.

I. EL MODELO

En la primera sección se desarrolla un modelo, basado en uno propuesto por Abel, con aspectos de los dos

enfoques tradicionales sobre el tema: el de stocks y el de flujos, distinguiendo entre dos sectores productivos, el de bienes transables -identificado con el agropecuario- y el de bienes no transables.

El modelo que desarrollan distingue entre bienes de capital de origen transable y los de origen no transable. Sin embargo la aplicación empírica no hace tal distinción.

Es necesario hacer notar que el trabajo es de lectura algo dificultosa debido a una notación engorrosa. Los muchos subíndices oscurecen la línea argumental, a pesar de no ser necesarios ya que los dos sectores son similares. Por lo tanto, a continuación se presentará una reformulación del modelo en términos más sencillos a fin de guiar al lector.

Por eso se reformulará el modelo para poder ver mejor la estructura del que aplican. Por razones tipográficas se utilizará el símbolo μ en lugar del carácter griego "lambda" utilizado por los autores.

La función de producción

$$1) \quad y = y(K, L).$$

cumple con la condición de rendimientos constantes a escala ("suponiendo la existencia de los supuestos que permiten agregación ... [pg. 3 del trabajo comentado]").

Los bienes de capital "que ofrece el sector 1" -según los autores- no aparecen en la función de producción como productos, lo que indicaría quizá la presencia de producción conjunta. Sin embargo no entran en el presupuesto del sector, ya que en el trabajo la cantidad ofrecida al precio Z_1 no aparece en la expresión para el beneficio neto de la función objetivo que maximiza la

firma típica que se muestra a continuación con tiempo discreto ,

$$2) \max \sum_0^{\infty} [P_t \cdot y(K_t, L_t) - Z_t \cdot C(I_t) - W_t \cdot L_t] \cdot v^t,$$

donde v es el factor de descuento $1/(1+r)$.

Los autores describen el modelo tomando el tiempo como variable continua. Sin embargo, como la implementación empírica se ha hecho con tiempo discreto, el desarrollo se hará con esta última forma por razones de consistencia.

Nótese la constancia de la tasa de descuento r . El modelo no toma en cuenta la posibilidad de progreso tecnológico, sea en la aplicación de capital y trabajo al producto, o a la función de costos de instalación de la inversión $C()$. No se consideran insumos de bienes intermedios a la usanza del modelo de insumo-producto de Leontief.

Los autores no explicitan el proceso de optimización del empleo. Sin embargo el mismo parecería estar implícito al suponer en la página 9 que " $x \equiv P \delta y / \delta K$ es generado por un proceso autorregresivo ...". supuesto que solo tiene sentido si la relación K/L está determinada en forma cierta -por ejemplo si los salarios se encuentran indexados con el precio del producto- en base al salario real del sector, quedando así fijo el producto marginal del capital, de modo que su valor puede seguir el sendero aleatorio del precio del bien final.

La maximización del beneficio con respecto al empleo proporciona la condición necesaria

$$\delta y / \delta L = w/P,$$

de modo que el beneficio instantáneo será, como conse-

cuencia de la ecuación de Euler, en cada período, igual a

$$P \cdot y - w \cdot L = P \delta y / \delta K \equiv P x.$$

La función de depreciación, en su versión discreta, es

$$3) \quad K_{t+1} = I_t + (1 - \delta) \cdot K_t$$

Suponiendo equivalencia con la certeza como hacen los autores tomando el tiempo como variable continua, para el caso de tiempo discreto se obtiene el Lagrangeano

$$4) \quad \sum_0^{\infty} v^t \cdot [x_t - Z_t \cdot C(I_t) + \mu_t \cdot v \cdot (I_t + (1 - \delta) \cdot K_t - K_{t+1})].$$

Derivando 4) con respecto a I se obtiene

$$5,6) \quad \mu_t / Z_t = C'(I_t),$$

relación de precios que los autores designan con

$$7,8) \quad q_t \equiv \mu_t / Z_t.$$

Derivando con respecto a K, se obtiene el equivalente para tiempo discreto de las ecuaciones de igual número del trabajo,

$$9,10) \quad \begin{aligned} \mu_{t-1} &= (1 - \delta) \cdot v \cdot \mu_t + x_t \\ &= \tau \mu_t + x_t, \end{aligned}$$

si a similitud con el caso continuo se define la constante $\tau \equiv (1 - \delta) \cdot v$. Esta última ecuación puede escribirse como

$$\begin{aligned} 9) \quad (\mu_t - \mu_{t-1}) &= [(r + \delta) / (1 + r)] \cdot \mu_t + x_t \\ &= (1 - \tau) \cdot \mu_t + x_t, \end{aligned}$$

a fin de poder apreciar su similitud con la versión continua.

Sumando 9,10),

$$11,12) \quad \mu_t = \sum_{s=0}^{\infty} \tau^s \cdot x_{t+s}$$

Debe hacerse notar que para esta suma sea válida es necesario suponer, como se hace implícitamente en el trabajo, que $\tau_t \cdot \mu_t$ tiende a cero cuando t tiende a

infinito. Tomando diferencias en 7,8) - los autores suponen implícitamente que Z_t es constante - y reemplazando

por 9,10) se obtiene

$$\begin{aligned} 13,14) \quad q_t - q_{t-1} &= (\mu_t - \mu_{t-1}) / Z_t \\ &= (1 - \tau) \cdot q_t + x_t / Z_t. \end{aligned}$$

Entonces 5 y 7, con el supuesto implícito sobre la función de costos de instalación $C(I) = C(0) + 1/2 \cdot (I - a - e)^2 / b$, produce

$$15) \quad I_t = a + b \cdot q_t + \varepsilon_t$$

donde los autores han agregado un término aleatorio ad-hoc ε .

Es de notar que los supuestos hechos en el trabajo no son suficientes para equivalencia con la certeza. Las condiciones de Simon - Theil (ver por ejemplo Theil [1961]) para la equivalencia con la certeza son que no solo la función objetivo debe ser cuadrática -que en este caso se cumple- sino que además los términos de segundo orden de la misma no deben ser estocásticos -y esto no se cumple-. El siguiente ejemplo muestra que la violación de la segunda condición puede producir inconvenientes.

Sean $v=1$, $x=1$, $b=1$, $a=0$, $K_0 = K_3 > 0$, $z = 1$ excepto que para los dos eventos equiprobables -que se conocen al final del período 1- $z_1 = 1$ ó 2 .

Entonces, si I es la inversión inicial, J_1 y J_2 la inversión del segundo período en el caso del evento 1 ó 2, respectivamente, la firma representativa debe maximizar

$$\max 1/2 [2I + J_1 - I^2 / 2 - 1 \cdot J_1^2 / 2 - (I+J_1)^2] + \dots$$

$$1/2 [2I + J_2 - I^2 / 2 - 2 \cdot J_2^2 / 2 - (I+J_2)^2]$$

donde se ha reemplazado $K_1 = K_0 + I$; $K_2 = K_1 + J$. Las condiciones necesarias para el máximo son

$$2 - I - (I + J) = 0$$

si se define $J \equiv 1/2 (J_1 + J_2)$

$$1 - J_1 (I + J_1) = 0$$

$$i - 2 \cdot J_2 - (I + J_2) = 0$$

de modo que $(I \ J1 \ J2) = (1 \ 0 \ 0)$.

En cambio la solución que se obtiene suponiendo válida la equivalencia con la certeza corresponde a maximizar

$$[4 \cdot I + 2 \cdot J - I^2 - 3 \cdot J^2 / 2 - (I + J)^2],$$

obteniéndose las condiciones necesarias

$$2 - 2 \cdot I - (I + J) = 0,$$

$$2 - 3 \cdot J - 2 \cdot (I + J) = 0,$$

y por lo tanto

$$(I \ J) = 2 \cdot (4 \ 1) / 13.$$

El valor alcanzado por I en ambos casos es distinto.

Como en el trabajo comentado no se tienen en cuenta todas las restricciones implícitas en el supuesto de expectativas racionales, sino solamente las que resultan de la estructura autorregresiva de las expectativas, sería preferible referirse a expectativas "cuasi-rationales", tal como fueran definidas por Nerlove, Grether y Carvalho [1979].

II. EL METODO DE ESTIMACION

A) EL SECTOR NO TRANSABLE

No está claro el papel que juega el precio de los bienes de inversión z ; en muchos lados tiene t =tiempo como subíndice, pero en otras partes se lo trata como constante. Por ejemplo, comparando las ecuaciones (10) y (13) se deduce que $(dq/dt)_z = d\mu/dt$.

¿Cómo se justifica la presencia del término aleatorio en la ecuación (15), que provee la función de inversión lineal

$$I = a + b q + e?$$

Se tiene la impresión que el orden m del proceso autorregresivo (26) fue impuesto después de haber realizado las estimaciones, ya que de todos modos es el que mejor ajusta a las observaciones. Por otra parte, para valores de m mayores que la unidad los términos estocásticos de las ecuaciones a estimar (28) y (30) contienen a su vez términos que dependen del producto marginal del capital x . Era de esperar que el orden del proceso mencionado se reflejé de alguna manera en la inversión, que debería entrar en dichas ecuaciones con mayores rezagos que en el marginal del capital x de los términos de error. Dividendo 11, 12) por Z se obtiene,

$$18) \quad q = (1/Z) \sum_0^{\infty} \tau^s \cdot x_{t+s}.$$

Si las expectativas se forman bajo condiciones de equivalencia con certeza:

$$19) \quad q = (1/Z) \sum_0^{\infty} \tau^s \cdot x_{t+s}^t.$$

B) EL SECTOR TRANSABLE

Si bien es intuitivo que haya mayores retardos en dicho sector, no parece muy lícito introducir un retardo ad-hoc de un período. La forma correcta de modelar este comportamiento diferente del otro sector es explicitando las demoras correspondientes en el modelo que pretende

explicar el dicho comportamiento del sector. Se supone en el trabajo que los empresarios maximizan, pero no surge claramente del modelo por qué motivo su reacción, como dicen los autores, "solo puede materializarse en el ciclo agropecuario posterior". Tampoco está claro desde el punto de vista empírico por qué no se suponen también tales retardos en otros sectores, habida cuenta del período de gestación de ciertos bienes no transables como ser la construcción de represas hidroeléctricas.

C) RESULTADOS

Como la aplicación empírica es muy preliminar el comentario no se detiene mayormente en ella, teniendo en cuenta especialmente las dudas que presenta el desarrollo teórico. En particular, no parece creíble que en el largo lapso de tiempo que va de 1935 a 1979 hayan permanecido constantes las tasas de descuento y de depreciación, o que no haya habido progreso técnico.

Un solo comentario cabe agregar, referido al cuadro I. Causa sorpresa la penúltima columna, donde puede apreciarse que el coeficiente de determinación aumenta cuando se elimina una variable de la primera ecuación.

Esto puede ocurrir con el R^2 ajustado por grados de libertad, pero por definición el coeficiente de determinación aumenta al sujetar a los coeficientes de regresión a un mayor número de restricciones, como cuando se iguala algunos de ellos a cero.

APENDICE

Esta no es una sección muy analizada habitualmente. Al verificar las unidades puede comprobarse que las definiciones de variables son inconsistentes con el modelo.

En efecto, al referirse al sector agropecuario, los autores definen

$$Z_T = \frac{\text{Precio implícito de la inversión bruta interna}}{\text{Precio implícito del producto bruto agropecuario}},$$

relación que puede ser expresada en símbolos como

$$Z_T = P_I / P_A .$$

Del mismo modo definen

$$Y_K^T = 0,3 \cdot \frac{\text{Producto agropecuario}}{\text{capital agropecuario}}$$

$$= \alpha^A \cdot Y^A / K_A,$$

indicando una función de producción del tipo Cobb-Douglas, mientras que

$$X^T = \frac{Y_K^T}{\text{Precio implícito del producto bruto interno a costo de factores}}$$

$$= \frac{Y_K^T}{P_A} \cdot P_A / P.$$

En consecuencia, $X^T \cdot K_T$ está expresado en las mismas unidades que $Z_T \cdot C^T$, o, equivalentemente, C_T^T se encuentra expresado en las mismas unidades que $K_T \cdot Y_K^T \cdot P_A^2 / (P \cdot P_I)$. Evidentemente, una unidad que depende de un precio elevado al cuadrado no tiene mucho sentido desde el punto de vista económico.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Hirshleifer, J., 1970, *Investment, Interest and Capital*. Englewood-Cliffs, J.J.: Prentice Hall.
- Nerlove, M., 1972, "Lags in Economic Behavior", *Econometrica* 40, 221,252.
- Nerlove, M., D. Grether, y J. Carvalho, 1979, *Analysis of Economic Time Series: A Synthesis*. N. York: Academic Press.
- Theil, H., 1961, *Economic Forecasts and Policy*. Amsterdam: North-Holland.